1.1.1 Quadratische Gleichung / Funktion

Haben wir eine Gleichung 2. Grades, das heisst, die unabhängige Variabel kommt in der 2. Potenz vor $x^2 + px + q = 0$ oder $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ können wir diese Gleichung mit Hilfe der Quadratischen Gleichung lösen, in dem wir die Parameter p und q bzw. a, b und c in die Lösungsformel einsetzen.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \text{bzw.:} \qquad \boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Der Vollständigkeithalber hier noch rasch die Herleitung der 2. Formel (gelb):

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Big| :a$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \quad \Big| -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c \cdot (4a)}{a \cdot (4a)}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \Big| -\frac{b}{2a}$$

Nun nehmen wir an, dass das Glied $\frac{bx}{a}$ dem $2ab$ eines Binoms entspricht.

Teilen wir durch 2ab durch $2a$ so erhalten wir b.

Selbes gilt für unsere Quadratische Gleichung Also teilen wir $\frac{bx}{a}$ durch 2x und erhalten so $\frac{b}{2a}$ für b des Binoms setzen wir das nun in die Binomische Formel ein $(a+b)^2$ so erhalten wir $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ rechnen wir nun zurück

$x^2 + 2x\frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ sehen wir, dass wir $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ zu viel haben, deshalb zählen wir das auf der anderen Seite auch dazu, damit wir das Gleichheitszeichen behalten dürfen. Danach muss man nur ein bisschen umformen und erhält so $x_{1,2}$.

Das selbe gilt für die p,q – Formel: Als kleine Übung wäre es nun möglich das selbe für die p-q Formel zu tun und zu sehen ob man auf das selbe Resultat kommt.